

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir surveiller N°1 : H

Arithmétique dans IN et Calcul vectoriel dans le plan

Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice01 : (2,5pts)

Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$

- 1) $88^3 + 53^3$ 2) $54n + 2001$ 3) $2024n + 2026$ 4) $2n^2 + 4n + 5$
5) $(2022)^2 n^2 + (2023)^2$ 6) $n^2 + 99n + 97$

Exercice02 : (5pts)

Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 7 \times 13^{n+2} - 3 \times 13^n$; $b = 3 \times 13^{n+1} + 5 \times 13^n$

- 1) Montrer que : a est un multiple de 59 et que b un multiple de 11 (2pts)
2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b (1pts)
3) En déduire $PGCD(a;b)$ et $PPCM(a;b)$. (1pts)

Exercice03 : (6pts)

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

- 1) Déterminer : $PGCD(a;b)$ et $PPCM(a;b)$. Tels que : $a = 720$ et $b = 396$ (2pts)
2) Déterminer les diviseurs de 51. En déduire les entiers naturels x et y tel que :
 $x^2 - y^2 = 51$ (2,5pts)
3) Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose : $A = 4n^2 + 12n + 9$
Montrer que $A - 1$ est divisible par 8. (1pts)

Exercice04 : (2pts)

Soit ABCD un parallélogramme de centre O et I et J sont les milieux respectivement des segments $[AB]$ et $[CD]$

- 1) Montrer que : $\overrightarrow{OJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ (1pts)
2) En déduire que O est le milieu du segment $[IJ]$ (1pts)

Exercice05 : (5pts)

ABC est un triangle.

Soient D et E deux points du plan tels que : $3\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB}$

- 1) Faire une figure (0.5pts)
2) a) Montrer que : $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et exprimer le vecteur \overrightarrow{AE} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} (2pts)
2) b) En déduire que les points : A , E et D sont alignés. (1,5pts)
3) Montrer que : $AD \leq \frac{1}{3}(CE + AC)$ (1pts)

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*

