

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir surveiller N°1 : J

Arithmétique dans IN et Calcul vectoriel dans le plan

Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com> )

**Exercice01 :** (4pts)

On considère les nombres :  $a = 2520$  et  $b = 256$

- 1) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres  $a$  et  $b$  (1pts)
- 2) En déduire  $PGCD(a;b)$  et  $PPCM(a;b)$ . (1pts)
- 3) Simplifier :  $\frac{a}{b}$  ;  $\sqrt{a}$  ;  $\sqrt{b}$  et  $\sqrt{ab}$  (2pts)

**Exercice02 :** (4pts)

Soit  $n \in \mathbb{N}$  on pose :  $a = 5 \times 19^{2n+1} - 23 \times 19^{2n}$  ;  $b = 2 \times 19^{n+1} + 10 \times 19^n$

- 1) Montrer que :  $a$  est un multiple de 72 et que  $b$  un multiple de 48 (2pts)
- 2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres  $a$  et  $b$  (1pts)
- 3) En déduire  $PGCD(a;b)$  et  $PPCM(a;b)$ . (1pts)

**Exercice03 :** (5,5pts)

- 1) Le nombre **437** est-il premier ? Justifier votre réponse ? (1pts)
- 2) Déterminer tous les couples  $(x; y)$  de nombres entiers naturels tels que :  $x^2 - y^2 = 437$  (2pts)
- 3) Montrer que le nombre  $A$  est divisible par le nombre **20** avec :  $A = 9^{n+2} + 19 \times 9^n$  ;  $n \in \mathbb{N}$
- 4) Soit  $n \in \mathbb{N}$  :
  - a) Montrer que le nombre  $n \times (n+1)$  est pair. (1pts)
  - b) Etudier la parité des nombres :  $B = n^2 + 5n + 5$  et  $C = 11n^2 + n$  (1pts)
  - c) Déduire une valeur de :  $D = (n+2) \times (-1)^{11n^2+n} + (n-3) \times (-1)^{n^2+5n+5}$  (0.5pts)

**Exercice04 :** (1.5pts)

Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que :  $7\overrightarrow{AD} = 5\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

Montrer que Les vecteurs  $\overrightarrow{BD}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont colinéaires et construire les points D

**Exercice05 :** (5pts)

ABC est un triangle.

- 1) Placer les points D, E et F tels que :  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$  ;  $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$  et F est le milieu de [AC].
- 2) Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de  $\overrightarrow{FE}$  (1pts)
- 3) a) Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{AE}$  en fonction de :  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  (1pts)
- b) En déduire un réel k tel que  $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AE}$  (0,5pts)
- c) Que peut-on alors conclure ? (0,5pts)
- 4) a) Placer le point M tel que :  $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$  (0,5pts)
- b) Placer le point G symétrique de F par rapport à C et montrer que :  
 $\overrightarrow{GA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$  puis que :  $\overrightarrow{GD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$  (1pts)
- c) En déduire la nature du quadrilatère AMDG. (1pts)

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*

