

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir surveiller N°1 : L

Arithmétique dans IN et Calcul vectoriel dans le plan

Durée :2 heures

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com>)

Exercice01 : (3,5pts)

- 1) Expliquer simplement pourquoi la fraction $\frac{140}{870}$ n'est pas une fraction irréductible. (0,5pts)
- 2) Décomposez les entiers 140 et 870 en produit de facteurs premiers (détaillez les calculs). (1pts)
- 3) Calculer le plus grand commun diviseur de 140 et 870. (1pts)
- 4) Rendre alors irréductible la fraction $\frac{140}{870}$ (1pts)

Exercice02 : (3pts)

Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

- 1) $18n+4m+24$
- 2) $8n^2+12nm+3$
- 3) $(n+1)^2+7n^2$
- 4) $5n^2+n$
- 5) $4n^2+4n+1$
- 6) $n^2+13n+17$

Exercice03 : (4pts)

Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 5^{n+2} - 5^n$; $b = 7^{n+2} - 7^n$

- 1) Montrer que : a est un multiple de 8 et que b un multiple de 12 (2pts)
- 2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b (1pts)
- 3) En déduire $PGCD(a;b)$ et $PPCM(a;b)$. (1pts)

Exercice04 : (5pts)

Deux entiers naturels a et b premiers entre eux si $PGCD(a;b) = 1$

- 1) Montrer que : si a et b premiers entre eux alors $2a+b$ et a sont premiers entre eux. (1pts)
- 2) Déterminer tous les nombres entiers naturels x et y tel que : $x^2 - 4y^2 = 12$ (1,5pts)
- 3) n un nombre entier naturel avec $n \geq 4$.
Montrer que si 4 divise $n-3$ alors 8 divise n^2-1 (1pts)
- 4) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; Montrer que $n(n-2)(n-1)$ est multiple de 3. (1,5pts)

Indication : Etudier les cas : $n = 3k$; $n = 3k+1$ et $n = 3k+2$ avec $k \in \mathbb{N}$

Exercice05 : (5pts)

Soient ABC un triangle et M

Un point défini par : $\overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{AM}$

- 2) Soit le point M' le projeté de M sur la droite (AB) parallèlement à (AC)

- 1) Faire une figure et montrer que : $\overrightarrow{AM'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. (2pts)

Et en déduire que $\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

- 2) Soit I le milieu du segment $[BC]$ et P le point tel que : $\overrightarrow{IP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$

- a) Montrer que $\overrightarrow{IP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$ (1,5pts)

- b) En déduire que $(AI) \parallel (PM')$. (1,5pts)

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*

