I. Définitions et notations

Activité

Cocher les cases convenables

Nombre	$\frac{-\sqrt{9}}{3}$	$\frac{5}{2}$	13.5	7	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}$	Notation de l'ensemble
Entier naturel							
Entier relatif							
Décimal relatif							
Rationnel							
Réel							

Définitions

- Les nombres entiers naturels forment un ensemble qu'on note $\mathbb{N}$ tels que $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,.....\}$
- Les nombres entiers relatifs forment un ensemble qu'on note tels que $\mathbb{Z}=\{....-2;-1;0;1;2....\}$
- Les nombres décimaux forment un ensemble qu'on note $\mathbb{D}$ tels que

$$\mathbb{D}=\left\{\frac{a}{10^n}/a\in\mathbb{Z}\_et\_n\in\mathbb{N}\right\}$$

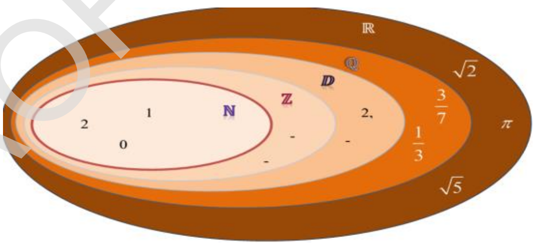
- Les nombres rationnels constituent un ensemble qu'on note $\mathbb{Q}$ tels que

$$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}/a\in\mathbb{Z}\_et\_b\in\mathbb{Z}^*\right\}$$

- Les nombres rationnels et les nombres irrationnels constituent un ensemble des nombres réels qu'on note $\mathbb{R}$

Remarque :

$$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$$



Application

Compléter par $\in;\notin;\subset;\not\subset$

$15........\mathbb{N}$; $\frac{2\pi}{3}.....\mathbb{Z}$; $\sqrt{3}....\mathbb{Q}$; $\frac{1}{3}....\mathbb{R}$; $\frac{2}{7}....\mathbb{D}$; $-\sqrt{\frac{12}{3}}.....\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}...\mathbb{D}$; $\mathbb{D}...\mathbb{N}$; $\mathbb{D}...\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}...\mathbb{R}$; $\mathbb{N}....\mathbb{R}$; $\mathbb{N}...\mathbb{Z}^*$,

II. Opérations dans $\mathbb{R}$

3) Addition dans $\mathbb{R}$

Propriétés

Soient $a;b$ et c trois nombres réels ; on a

- $a+b=b+a$ On dit que l'addition est **commutative**.
- $a+b+c=a+(b+c)=b+(a+c)=c+(a+b)$ On dit que l'addition est **associative**.
- $a+0=a$ On dit que 0 est un **élément neutre** de l'addition dans $\mathbb{R}$.
- $a+(-a)=a-a=0$ On dit que $-a$ est **l'opposé** de a

4) Multiplication dans $\mathbb{R}$

Propriétés :

Soient $a;b$ et c trois nombres réels ; on a

- $a\times b=b\times a$ On dit que la multiplication est **commutative**.
- $a\times b\times c=a\times(b\times c)=b\times(a\times c)=c\times(a\times b)$ On dit que la multiplication est **associative**.
- $a\times 1=a$ On dit que 1 est **un élément neutre** de la multiplication dans $\mathbb{R}$.
- $a\times\frac{1}{a}=1$ On dit que $\frac{1}{a}$ est l'inverse de a

5) Opérations sur les fractions :

Propriétés

Soient a,b,c et d des nombres réels on a

* $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd};(b\neq 0\_et\_d\neq 0)$
* $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$; $(b\neq 0\_et\_d\neq 0)$
* $\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{bc}$; $(b\neq 0;c\neq 0)$
* $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$;$(b\neq 0,c\neq 0,d\neq 0)$
* $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $(b\neq 0,d\neq 0)$; équivaut à dire que $ad=bc$

Application

1) Calculer et simplifier : $A=\frac{2}{5}-4+\frac{7}{3}-\frac{4}{15}$; $B=\left(\frac{\frac{2}{5}+3}{1-\frac{2}{5}}\right)+\left(\frac{\frac{3}{4}-2}{1+\frac{3}{4}}\right)$

2) Soient x et y deux nombres non nuls réels tels que : $x+y\neq 0$ et $x-y\neq 0$

Simplifier l'expression suivante : $E=\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}-\frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

III. Puissances – Ecriture scientifique – Racines carrées

1) Écriture scientifique :

Définition :

Soit x un nombre réel décimale et $p\in\mathbb{Z}$

L'écriture $x=a\times 10^{p}$ s'appelle écriture scientifique de x sachant que

- Si $x<0$ alors $-10<a\leq -1$
- Si $x>0$ alors $1\leq a<10$

Exemple :

Le nombre d'Avogadro $N_a = 6023,045.10^{20} = 6.02304510^{23}$

La vitesse de la lumière dans le vide est $c = 300000000 = 3.10^8\, m/s$

Application :

a) Donner l'écriture scientifique aux nombres suivants :

2586,5 ; -875,56 ; 0.00095 ; $78786,235.10^{-7}$; $13\times10^{-5}\times0.0003$

b) Simplifier les nombres suivants : $A = 5^3\times2^2\times100\times8\times25$; $B = \dfrac{2.4\times10^{-3}\times7.2\times10^5}{1.2\times10^4\times0.9\times10^{-2}}$

2) Les puissances :

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels et soient m et n deux entiers relatifs non nuls on a :

- $a^n\times a^m = a^{n+m}$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $(a\neq0)$
- $(a^n)^m = a^{n\times m}$
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $(a\neq0)$
- $(a\times b)^n = a^n\times b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $(b\neq0)$

Application

1) Simplifier les expressions suivantes : $A = \dfrac{(x^2y)^{-3}\times z^2}{xy^2\times z^{-3}}$; $B = \dfrac{(x^2y)^{-3}\times x^3z^{-2}}{x(zy)^2\times y^{-1}}$

2) On considère le nombre suivant : $E = \dfrac{6^{12}\times25^{-2}}{15^8\times18^2}$

Déterminer les nombres entiers relatifs m et n tels que $E = 2^n\times5^m$

3) Les racines carrées

Définition

Soit $a\in\mathbb{R}^+$

La racine carrée de a est le nombre réel b qui vérifie l'égalité suivante : $b^2 = a$ et on écrit $b = \sqrt{a}$

Propriété :

Soient $a\in\mathbb{R}^+, b\in\mathbb{R}^+$ on a :

* $\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$
* $\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n$; $n\in\mathbb{N}^*$
* $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
* $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$;$(b\neq0)$
* $\dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a}$;$(a\neq0)$
* $\sqrt{a} = \sqrt{b} \Rightarrow a = b$

Remarque :

Soit a un nombre réel : $si \begin{cases} a\geq0 \Rightarrow \sqrt{a^2} = a \\ a<0 \Rightarrow \sqrt{a^2} = -a \end{cases}$

Application :

1) Montrer que $\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{5}}\times\sqrt{1-\dfrac{3}{5}}\right)\in\mathbb{Q}$

2) Soient $(a,b)\in\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^+$; simplifier l'expression suivante : $E=\sqrt{a^3}\times\sqrt{a\times b^2}+\sqrt{\sqrt{(ab)^4}}-\sqrt{b}\times\sqrt{a^4\times b}$

IV. Identités remarquables :

Activité :

Développer les expressions suivantes : $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; $(a-b)(a+b)$; $(a+b)(a^2-ab+b^2)$; $(a-b)(a^2+ab+b^2)$; $(a+b)(a+b)^2$ et $(a-b)(a-b)^2$

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels on a :

* $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
* $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
* $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
* $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
* $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
* $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
* $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

Application :

1) Développer puis réduire les expressions suivantes :
$A=(2x-1)^2+(x+2)^3$; $B=(x+2)(x^2-2x+4)$; $C=(x-3)(x^2+3x+9)$; $D=(2x-1)^3-(x+4)^2$

2) Factoriser les expressions :
$E=x^2-4+(x+3)(x-2)-3(x-2)^2$; $F=x^3-27+2(x^2-9)-3x+9$; $G=4x^2-36x$

$$H=x^3+1+3(x^2-1)-x+1$$

PROF: *ATMANI NAJIB*