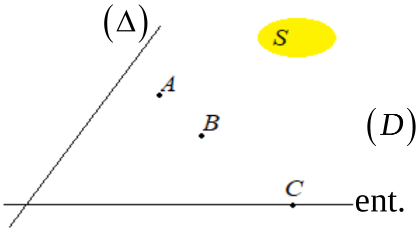
I. Projection sur une droite

1. Projection sur une droite parallèlement à une droite

Activité

On considère la figure suivante :

- La droite (Δ) présente le sens des rayons issue du soleil (S).
- La (D) droite présente le sol.

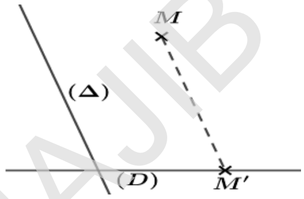


1) Représenter sur la droite (D) les points A', B'et C' les ombres ent.

2) Qu'elle est l'ombre des segments $[AB]$ et $[BC]$

Définition

Soient (Δ)et (D) deux droites sécantes et soient M et M' deux points du plan tels que $M'\in(D)$ et $(MM')//(\Delta)$.



Le point M' s'appelle le projeté du point M sur la droite(D) parallèlement à la droite (Δ)et on écrit $p_{(D)//(\Delta)}(M)=M'$.

Remarque :

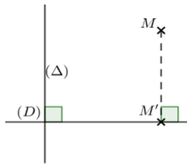
- Si $M\in(D)$alors le projeté du point M sur la droite(D)et lui-même ; on dit que le point est invariant par la projection.
- Si M' est le projeté du point M sur la droite(D) parallèlement à la droite (Δ) alors $(MM')//(\Delta)$

2. Cas particulier : projection orthogonale :

Définition

Soient (Δ)et (D) deux droites perpendiculaires et soient M et M' deux points du plan

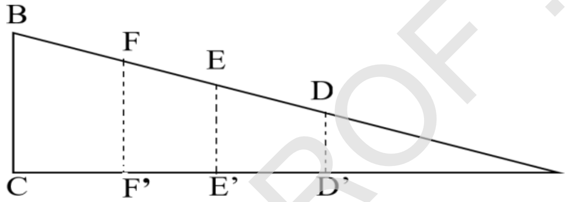
Soit point M'le projeté du point M sur la droite(D) parallèlement à la droite (Δ).



M' :S'appelle le projeté orthogonal du point M sur la droite(D).

Application

On considère la figure suivante :



Telle que F',E' et D' sont les projetés des points F,E et D sur (AC) respectivement.

1) Montrer que $(FF')//(EE')$
2) Montrer que $DFF'D'$ est un trapèze.

II. Théorème de Thales

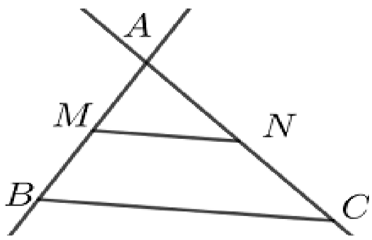
1. Théorème de Thales direct

Propriété :

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.

- Soient B et M deux points de (D_1)distincts de A.
- Soient C et N deux points de (D_2)distincts de A.

Si $(MN)//(BC)$ alors on a $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$



⇨ ***L'écriture vectorielle du théorème de Thales direct :***

Si les points A,B et M sont alignés et les points A,C et N ,aussi ,sont alignés ; alors il existe un nombre réel non nul k tel que : $\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=k.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{MN}=k.\overrightarrow{BC}$

⇨ ***Théorème de Thales direct par la projection***

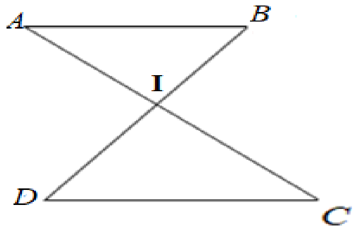
PROF : ATMANI NAJIB

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes et A, B et C trois points alignés et la droite (AB) n'est pas parallèle à (D_1) et (D_2).

Si A', B' et C' sont respectivement les projetés des points A, B et C sur (D_2) parallèlement à (D_1) alors on a : $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

Application :

On considère la figure suivante telle que



- $(AB)//(DC)$
- $DI = 54$; $IA = 9$
- $IB = x$; $IC = 45$

Déterminer la valeur de x

2. *Réciproque du théorème de Thales*

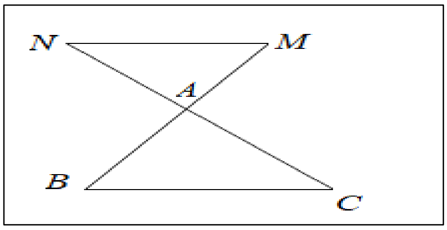
Propriété :

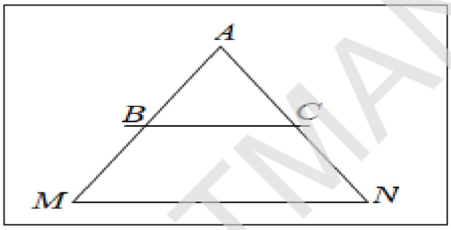
Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.

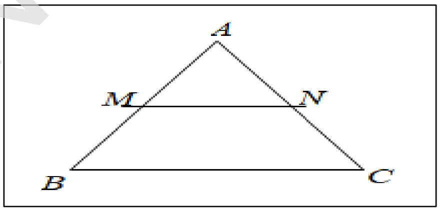
- Soient B et M deux points de (D_1) distincts de A.
- Soient C et N deux points de (D_2) distincts de A.

Si les points A, B et M et les points A, C et N dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors $(MN)//(BC)$

Exemples :





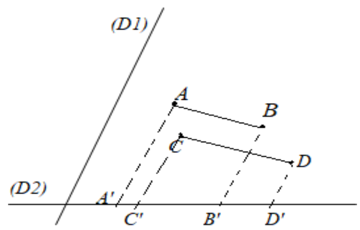


Dans ces cas on les points A, B, M et les points A, C et N dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; ce qui entraine à dire que $(MN)//(BC)$

III. *Conservation de coefficient de colinéarité*

Propriété

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes et soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs colinéaires alors il existe un nombre réel non nul k tel que $\overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{CD}$



Si A', B', C' et D' sont respectivement les projetés des points A, B, C et D sur (D_2) parallèlement à (D_1) alors $\overrightarrow{A'B'} = k.\overrightarrow{C'D'}$.

On dit que la projection **conserve le coefficient de colinéarité**.

k : s'appelle coefficient de colinéarité.

Application :

Soit ABC un triangle et soient D un point de la droite (BC) $(D \notin [BC])$ et O un point du plan tel que $\overrightarrow{AO} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ et soient E et F deux points du plan tels que :

- E Le projeté du point D sur la droite (AC) parallèlement à la droite à (OC).
- F Le projeté du point D sur la droite (AB) parallèlement à la droite à (OB).

1) Montrer que $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AF}$
2) Montrer que $(EF)//(BC)$

PROF : ATMANI NAJIB